

KURZUSINFORMÁCIÓ

ANALÍZIS I LEVELEZŐS, MTB1008L

2014 TAVASZ

Tantárgy neve: Analízis I

Tantárgy kódja: MTB1008L

Kreditpont: 3

Féléves kontakt óraszám: 12 (gyakorlati órákkal együtt)

Előfeltétel: nincs

Félévi követelmény: kollokvium

A konzultációk tematikája

Halmazok Alapvető fogalmak, halmazműveleti tulajdonságok, halmazrendszerek

Relációk Rendezett pár, Descartes-szorzat, reláció értelmezési tartománya és értékkészlete, összetett és inverz reláció

Függvények Függvény fogalma, halmazok képe és ősképe, összetett és inverz függvény, valós függvények tulajdonságai, elemi függvények

Valós számok A valós számok axiómarendszere, egyenlőtlenségek, halmazok számossága, a valós számok metrikus tulajdonságai (környezet, torlódási pont, nyílt halmazok)

Számsorozatok Monotonitás, korlátosság, konvergencia, részsorozatok, tágabb értelemben vett konvergencia, Cauchy sorozat, nevezetes sorozatok, az e szám fogalma, határérték és műveletek, Rendőr-elv, további érdekes határértékek

Végtelen sorok A sor fogalma, mértani sorok, további kiszámítható sorok, abszolút és feltételesen konvergens sorok, sorok átrendezhetősége, konvergencia kritériumok, hatványsorok konvergencia tartománya

Függvények folytonossága Átviteli elv, elemi függvények folytonossága, szakadási helyek, függvények határértéke, határérték a végtelenben, egyenletes folytonosság, zárt intervallumon értelmezett folytonos függvények tulajdonságai

Legfontosabb feladattípusok

- Halmazok elemeinek meghatározása,
- Halmazegyenlőség bizonyítása,
- Relációk, ill. értelmezési tartományának, értékkészletének és inverzének meghatározása,
- Összetett relációk meghatározása,
- Inverzfüggvények meghatározása,
- Halmazok függvény szerinti képe és ősképe,
- Függvények elemi ábrázolása, és tulajdonságainak megadása
- Egyenlőtlenségek megoldása,
- Sorozatok tulajdonságainak vizsgálata,
- Határértékszámítás,
- Mértani sorok kiszámítása, egyéb sorok összege,
- Konvergenca kritériumok használata,
- Hatványsorok konvergenca tartományának keresése,
- Függvény határértékének keresése pontban és a végtelenben.

Számonkérés, értékelés

A hallgatók a vizsgaidőszak alatt egy 50 pontos dolgozatot írnak, amiből megszerezhetik a félév eredményüket. A vizsgaidőpontokat a kurzus előadója hirdeti ki a Neptun tanulmányi rendszeren keresztül és csak azok a hallgatók vizsgázhatnak, akik feliratkoztak az adott időpontra. A vizsgára bocsátásnak nincsenek egyéb feltételei. A szerzett pontszámokból az érdemjegyek a következő táblázat szerint kerülnek megállapításra

| | |
|---------|-------------|
| 0 – 19 | → elégtelen |
| 20 – 27 | → elégséges |
| 28 – 35 | → közepes |
| 36 – 42 | → jó |
| 43 – 50 | → jeles |

A fenti feltételeken kívül a vizsga csak akkor sikeres, ha a hallgató legalább 10 pontot szerez a vizsga elméleti részén (2. feladat).

Elégtelen vizsgát még kétszer lehet megismételni.

A számonkérések szerkezete

Az 50 pontos vizsga szerkezete a következő

1. 5 igaz-hamis állításból álló teszt (10 pont)
2. 4 definíció vagy tétel kimondása (20 pont)
3. 3 feladat (20 pont)

Olyan definíciót vagy tételt kell tudni kimondani, melyek az előadásokon hangzott el. Hasonlóan, a feladatok is a konzultációkon tanult ismeretekből kerülhetnek ki.

Rendelkezésre álló segédanyagok

[1] Toledo Rodolfo – Rozgonyi Tibor, *Analízis I*, Főiskolai jegyzet, Nyíregyháza, 2011.

[2] Az előadások prezentációja:

http://zeus.nyf.hu/toledo/hun/education/anyagok/anal1/analizis1_PTI_p.pdf

[3] Feladatsor:

<http://zeus.nyf.hu/toledo/hun/education/anyagok/anal1/FeladatsorAnalizisI.pdf>

Analízis I vizsga

MINTA

Név: _____

Neptunkód: _____

1. Állapítsa meg, hogy a következő állítások közül melyek igazak és melyek hamisak!

10 pont

- Legyen $A = \{1, \{2\}\}$. Ekkor $1 \in A$ és $2 \in A$.
- Az egész számok és a racionális számok számossága megegyezik.
- Minden korlátos számsorozatnak van határértéke.
- Ha egy sor általános tagja tart nullához, akkor a sor konvergens.
- Minden harmadfokú polinomnak van zérushelye.

2. Adja meg a következő tételeket és fogalmakat!

20 pont

- a függvény fogalma,
- a sorozat határértékének fogalma,
- a Rendőr-elv.
- a Cauchy-féle konvergencia kritérium sorozatokra.

3. Legyen $A := \{1, 2, 3, 4, 5\}$, valamint ϱ és σ az A halmazon értelmezett reláció úgy, hogy

5 pont

$$\varrho := \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (3, 4), (4, 5)\}$$

$$\sigma := \{(1, 1), (1, 3), (3, 2), (5, 4)\}.$$

Adjuk meg a $\varrho^2 \circ \sigma$ reláció elemeit!

4. Vizsgáljuk meg monotonitás, korlátosság és konvergencia szempontjából a következő sorozatot! Ha konvergens, számítsuk ki $\varepsilon = 10^{-3}$ -hoz tartozó küszöbindeket!

6 pont

$$a_n := \frac{n-1}{2n+3}$$

5. Határozza meg a következő határértékeket!

9 pont

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n} + 2n}{2 + \sqrt{n^2 + 1}}, \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n-1} \right)^{n-3}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 1}.$$